ANIQ INTEGRALLARNING O`ZIGA XOSLIGI

Orolov Jamshid Mingishevich
Muminov Safar Jo'raqul o'g'li
Xamrayev Almos Amonovich
QMII litseyi

Annotatsiya. Mazkur maqolada aniq integrallarga xos amallar ko`rib chiqiladi, teorema va isbotlar keltiriladi.

Kalit so`zlar: aniq integral, matematika, metod, yechish, masala.

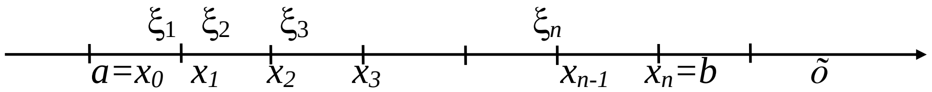
Aniq integral- matematik analizning asosiy tushunchalaridan biridir. Egri chiziqlar bilan chegaralangan yuzalarni, egri chiziq yoylari uzunliklarini, hajmlarini, ishlarni, tezliklarni, yo'llarni, inersiya momentlarini hisoblash masalasi u bilan bogliq.

$[a,b]$ kesmada $y=f(x)$ uzluksiz funksiya berilgan bo'lsin. Quyidagi amallarni bajaramiz.

1) $[a,b]$ kesmani $a=x_0,x_1,x_2,....,x_{n-1},x_n=b$ nuqtalar bilan n ta qismga ajratamiz va ular quyidagicha joylashgan bo'lsin.

$$a=x_0<x_1<x_2<....<x_{n-1}<x_n=b$$

Bularni qismiy intervallar deymiz.



2) Qismiy intervallarning uzunliklarini quyidagicha belgilaymiz:

$$\Delta x_1=x_1-x_0\,;\ \Delta x_2=x_2-x_1\,;\ \Delta x_3=x_3-x_2\,;.......\ \Delta x_i=x_i-x_{i-1}\,;....\ \Delta x_n=x_n-x_{n-1}\,;$$

3) Har bir qismiy intervalning ichidan bittadan ixtiyoriy nuqta olamiz:

$$\xi_1,\ \xi_2,\ \xi_3,......\ \xi_{n-1},\ \xi_n$$

4) Olingan ξ nuqtalarda funksiyaning qiymatini topamiz:

$$f(\xi_1);\ f(\xi_2);f(\xi_3),......\ f(\xi_{n-1});\ f(\xi_n)$$

5) Har bir funksiyaning hisoblangan qiymatini tegishli qismiy intervalning uzunligiga ko'paytiramiz:

$$f(\xi_1)\ \Delta x_1;\ f(\xi_2)\ \Delta x_2\,;\ f(\xi_3)\ \Delta x_3,......\ f(\xi_n)\ \Delta x_n$$

6) Hosil bo'lgan ko'paytmalarni qo'shamiz va σ deb belgilaymiz.

$$\sigma=f(\xi_1)\ \Delta x_1+\ f(\xi_2)\ \Delta x_2+f(\xi_3)\ \Delta x_3+.....\ +\ f(\xi_{n-1})\ \Delta x_{n-1}\ +f(\xi_n)\ \Delta x_n\,;$$

Shunday qilib, hosil bo'lgan σ yig'indi $f(x)$ funksiya uchun $[a,b]$ kesmada tuzilgan integral yig'indi deb ataladi va quyidagicha belgilanadi.

$$\sigma=\sum_{i-1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i \quad (1)$$

Bu integral yig'indining geometrik ma`nosi, agar $f(x)\geq 0$ bo'lsa, u holda asoslari Δx_1, Δx_2 ,... Δx_n va balandliklari $f(\xi_1)$, $f(\xi_2)$,... $f(\xi_n)$ bo'lgan to'g'ri to'rtburchak yuzlarining yig'indisidan iborat.

Agarda bo'lishlar sonini, *n* ni orttira borsak ($n\to\infty$)da u holda eng katta intervalning uzunligi nolga intiladi, ya`ni max $\Delta x_i\to 0$ bo'ladi.

Ta`rif: Agar *S* integral yig'indi *[a,b]* kesmani qismiy $[x_{i-1}, x_i]$ kesmalarga ajratish usuliga va ularning har biridan ξ_1 nuqtasini tanlash usuliga bog'liq bo'lmaydigan chekli songa intilsa, u holda shu son *[a,b]* kesmada *f(x)* funksiyadan olingan aniq integral deyiladi va quyidagicha belgilanadi.

$$\int_a^b f(x)dx$$

f(x) dan *x* bo'yicha *a* dan *b* gacha olingan aniq integral deb o'qiladi.

Bu yerda *f(x)* integral ostidagi funksiya *[a,b]* kesma-integrallash oralig'i; *a* son integralning quyi chegarasi, *b* son integralning yuqori chegarasi;

Shunday qilib, aniq integralning ta`rifidan quyidagini yozish mumkin.

$$\int_a^b f(x)dx=\lim_{\max\Delta x_i\to 0}\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i$$

Aniq integral hamma vaqt mavjud bo'lavermas ekan. Aniq integralning mavjudlik teoremasini quyida keltiramiz. (Isbotsiz).

Teorema: Agar *f(x)* funksiya *[a,b]* kesmada uzluksiz bo'lsa, u integrallanuvchidir, ya`ni bunday funksiyaning aniq integrali mavjuddir.

Shunday qilib, $\int_a^b f(x)dx$ aniq integralning qiymati *y=f(x)* funksiyaning grafigi bilan va *x=a*, *x=b* to'g'ri chiziqlar bilan chegaralangan egri chiziqli trapetsiyaning yuziga son jihatdan teng bo'ladi.

1- Izoh: Aniq integralning chegaralari almashtirilsa, integralning ishorasi o'zgaradi.

$$\int_a^b f(x)dx=-\int_b^a f(x)dx$$

2-Izoh. Agar aniq integralning chegaralari teng bo'lsa, har qanday funksiya uchun quyidagi tenglik o'rinli ;

$$\int_a^a f(x)dx=0$$

haqiqatdan ham, geometrik nuqtai nazardan egri chiziqli trapetsiya asosining uzunligi nolga teng bo'lsa, uning yuzi ham nolga teng bo'ladi.

Aniq integralning asosiy xossalari

1- xossa: O'zgarmas ko'paytuvchini aniq integral belgisining tashqarisiga chiqarish mumkin.

$$\int_a^b Af(x)dx = A\int_a^b f(x)dx$$

Isbot: $\int_a^b Af(x)dx = \lim_{\max \Delta x_i \to 0} \sum_{0=1}^{n} Af(\xi_i)\Delta x_i = A \lim_{\max \Delta x_i \to 0} \sum_{0=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i = A\int_a^b f(x)dx$

2-xossa: Bir necha funksiyalar algebraik yig'indisining aniq integrali qo'shiluvchilar aniq integrallarning algebraik yig'indisiga teng.

Masalan: $\int_a^b [f_1(x) + f_2(x)]dx = \int_a^b f_1(x)dx + \int_a^b f_2(x)dx$

3-xossa. Agar *[a, b]* kesmada *f(x)* va $\varphi(x)$ funksiyalar uchun $f(x) \geq \varphi(x)$ shart bajarilsa, u holda $\int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b \varphi(x)dx$ bo'ladi.

4-xossa: Agar *[a,b]* kesma bir necha qismga bo'linsa, u holda *[a,b]* kesma bo'yicha aniq integral har bir qism bo'yicha olingan aniq integrallar yig'indisiga teng.

Masalan: $a<c<b$ bo'lsa, u holda

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

5-xossa: Aniq integralning qiymati funksiyaning ko'rinishiga va integrallash chegaralariga bog'liq, lekin integral ostidagi ifodaning harflariga bog'liq emas.

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(t)dt = \int_a^b f(z)dz$$

ADABIYOTLAR RO`YXATI

1. Ловитт У.В. Линейые интегральные уравнения. ГТТИ,1933.
2. Михлин С.Г. Интегральные уравнения. – М.: Физматгиз, 1959.
3. Петровский И.Г. Лекции по теории интегральных уравнений. – М.: Наука, 1965.
4. Трикоми Ф. Интегральные уравнения. - ИЛ. 1960.

5. Демидович Б.П., Марон А.И. Основы вычислительнойматематики. – М.: Наука, 1970.
6. Березин И.С., Житков Н.П. Методы вычислений.– М.: Физматгиз,1966 (1-том, 3-изд.), 1962 (2-том, 2-изд.).
7. Maqsudov Sh.T. Chiziqli integral tenglamalar elementlari. T.: O'qituvchi, 1980.