

KO`PHADLAR USTIDA AMALLARNI BAJARISHNING AYRIM JIHLTLARI

Muminov Safar Jo'raqul o'g'li
Orolov Jamshid Mingishevich
Xamrayev Almos Amonovich
QMII litseyi

Annotatsiya: Ushbu maqolada ko`phadlar ustida amalga oshirish mumkin bo`lgan ayrim amallar ko`rib chiqiladi hamda muhokama etiladi.

Kalit soʻzlar: Ko`phad, algebra, matematika, misol, metod.

Ko`phadlarni qo`shish uchun ularning har bir hadini o`z ishoralari bilan yozib, hosil bo`lgan yig`indida o`xshash hadlarni ixchamlashtirish kerak.

Misol. $P = 5x + 3y^2 - 5$ va $Q = 5y^2 - 4x + 4y$ ko`phadlarning yig`indisini hisoblang.

Yechish.
$$P + Q = (5x + 3y^2 - 5) + (5y^2 - 4x + 4y) =$$

$$= 5x + 3y^2 - 5 + 5y^2 - 4x + 4y = (5x - 4x) + (3y^2 + 5y^2) + 4y - 5 = x + 8y^2 + 4y - 5$$

Ko`phaddan yoki birhaddan ko`phadni ayirish uchun kamayuvchining yoniga ayiriluvchining hamma hadlarini qarama-qarshi ishora bilan yozib, o`xshash hadlarni ixchamlashtirish kerak.

Misol. $P = 5x + 3y^2 - 5$ va $Q = 5y^2 - 4x + 4y$ ko`phadlarning ayirmasini hisoblang.

Yechish.
$$P - Q = (5x + 3y^2 - 5) - (5y^2 - 4x + 4y) =$$

$$= 5x + 3y^2 - 5 - 5y^2 + 4x - 4y = 9x - 2y^2 - 4y - 5$$

Birhadni ko`phadga ko`paytirish uchun birhadni ko`phadning har bir hadiga ko`paytirib, hosil bo`lgan ko`paytmani qo`shish kerak.

Misol. $P = (3a^2b)$ birhad va $Q = (5a^3b - 3abc^2 + \frac{3}{5}ab^3)$ ko`phadni ko`paytiring.

Yechish.
$$P * Q = (3a^2b)(5a^3b - 3abc^2 + \frac{3}{5}ab^3) =$$

$$= 3a^2b \cdot 5a^3b - 3a^2b \cdot 3abc^2 + 3a^2b \cdot \frac{3}{5}ab^3 = 15a^5b^2 - 9a^3b^2c^2 + \frac{9}{5}a^3b^4$$

Ko`phadni ko`phadga ko`paytirish uchun birinchi ko`phadning har bir hadini ikkinchi ko`phadning har bir hadiga ko`paytirib, hosil bo`lgan ko`paytmalarni qo`shish kerak.

Birhadni birhadga bo'lish uchun quyidagi ishlar bajariladi:

- Bo'linuvchining koeffitsiyenti bo'luvchining koeffitsiyentiga bo'linadi, hosil bo'lgan bo'linma yoniga bo'linuvchidagi har bir harfni bo'linuvchi va bo'luvchidagi shu harflar ko'rsatkichlarining ayirmasiga teng ko'rsatkich bilan yoziladi.

- Bo'linuvchining bo'luvchida qatnashmagan harflarini o'zgartirmasdan, bo'luvchining bo'linmada qatnashmagan harflari daraja ko'rsatkichini teskari ishorasi bilan yoziladi.

Masalan: 1) $(8a^4b^3c^2) : (3a^2bc) = \frac{8}{3}a^{4-2} \cdot b^{3-1} \cdot c^{2-1} = \frac{8}{3}a^2b^2c.$

2) $(12a^3b^4x^4c) : (3a^2bc^3) = 4a^{3-2} \cdot b^{4-1} \cdot x^4 c^{1-3} = 4ab^3x^4c^{-2}$

Ko'phadni birhadga bo'lish uchun ko'phadning har bir hadini shu birhadga bo'lib, hosil bo'lgan natijani qo'shish kerak.

Qisqa ko'paytirish formulalari va Nyuton binomi

Quyidagi formulalarga qisqa ko'paytirish formulalari deyiladi.

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ -ikki had yig'indisining kvadrati;
2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ -ikki had ayirmasining kvadrati;
3. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ -ikki had kvadratlarining ayirmasi;
4. $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ -ikki had kublarining yig'indisi;
5. $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ -ikki had kublarining ayirmasi;
6. $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ -ikki had yig'indisining kubi;
7. $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ -ikki had ayirmasining kubi.

Keltirilgan 1-7 formulalar ko'phadni ko'phadga ko'paytirish qoidasiga asosan oson isbotlanadi. Misol uchun 1;5;7 -formulalarning isbotini keltiramiz:

1. $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

5. $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3 = a^3 - b^3$

7. $(a - b)^3 = (a - b)(a - b)^2 = (a - b)(a^2 - 2ab + b^2) =$

$a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Misollar.

1) 49^2 ni ko'paytirishni bajarmasdan hisoblash lozim bo'lsin.

$49=50-1$ bo'lganidan $49^2=(50-1)^2= 50^2-2 \cdot 50+1^2=2500-100+1= 2501-99=2401$

2) 51^2-49^2 ko'paytirishni bajarmasdan hisoblansin. 3-formulaga asosan

$51^2 - 49^2 = (51 - 49)(51 + 49) = 2 \cdot 100 = 200$

3) Ushbu $\frac{67^3 + 52^3}{119} - 67 \cdot 52$ sonli ifodani darajaga ko'tarish amalini bajarmasdan hisoblang.

$$67^3 + 52^3 = (67 + 52)(67^2 - 67 \cdot 52 + 52^2) \text{ bo'lganidan}$$

$$\frac{67^3 + 52^3}{119} - 67 \cdot 52 = \frac{119 \cdot (67^2 - 67 \cdot 52 + 52^2)}{119} - 67 \cdot 52 =$$

$$= 67^2 - 2 \cdot 67 \cdot 52 + 52^2 = (67^2 - 52^2) = 25^2 = 625$$

Qisqa ko'paytirish formulalari algebraik kasrlarni soddalashtirishda, kvadrat uchhadlarni to'liq kvadratini ajratishda keng tadbiquqqa ega.

Endi qisqa ko'paytirish formulalaridan 1 va 6 formulalarni tahlil qilamiz:

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ bu formulaning o'ng tomoniga e'tibor bersak, a^2b^0, a^1b^1, a^0b^2 hadlar hosil bo'lishida a ning darajasi pasayib, b ning darajasi oshib borayotganini ko'ramiz.

2. $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ 3.

$$(a + b)^4 = (a + b)(a + b)^3 = (a + b)(a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3) =$$

$$= a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4, \text{ ya'ni } (a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

Xuddi shu usul bilan $(a + b)^5; (a + b)^6; \dots; (a + b)^n$ uchun ikki had yig'indisini darajaga ko'tarish formulasini hosil qilish mumkin. Bunda koeffitsiyentlar «Paskal uchburchagi» deb ataluvchi jadvaldan olinadi.

n										
0									1	
1								1	1	
2							1	2	1	
3						1	3	3	1	
4				1		4	6	4	1	
5			1		5	10	10	5	1	
6			1		6	15	20	15	6	1
7			1		7	21	35	35	21	7
	1									

Misol. $(a + b)^6 = a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$

Agar $(a + b)^{100}$ ni ochib chiqish lozim bo'lsa, yoyilmada 101 ta had hosil bo'ladi va bu yoyilma koeffitsiyentlarini Paskal jadvali buyicha hisoblash qiyin bo'ladi. Shu sababli $(a + b)^n$ ni ko'phadga yoyganda hosil bo'ladigan $a^k \cdot b^{n-k}$ had

oldidagi koeffitsiyent C_n^k -dan, ya'ni n elementdan k tadan qilib tuzilgan gruppalashlar sonidan iborat ekanligi isbotlangan, bu yerda

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \quad n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n.$$

Misol. C_5^2 ; C_9^5 ; C_{12}^7 hisoblansin:

$$C_5^2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{2! \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{2! \cdot 2!} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{2} = 30; \quad C_9^5 = \frac{9!}{5! \cdot 4!} = \frac{5! \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{5! \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 125$$

$$C_{12}^7 = \frac{12!}{7!(12-7)!} = \frac{7! \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12}{7! \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{8 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 12}{8 \cdot 3 \cdot 5} = 6 \cdot 11 \cdot 12 = 792$$

ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Azlarov T., Mansurov H. „, Matematik analiz” I-qism T., „, O‘qituvchi” 2014 y.
2. Sadullayev A., Mansurov H., Xudoyberganov G., „,Matematik analiz kursidan misol va masalalar to‘plami ” I-qism T., „, O‘qituvchi” 2013 y.
3. Azlarov. T., Mansurov. X., Matematik analiz. T.: «O‘zbekiston». 2 t . 2015 y.436 b.
4. Gaziyev A., Israilov I., Yaxshibayev M. “Matematik analizdan misol va masalalar” T.: “Yangi asr avlodi” 2016 y.