

KVADRATIK STOXASTIK OPERATORLARNING KELIB CHIQUISH TARIXI HAQIDA

Muzaffarova Mohinur Umarovna

Buxoro davlat universiteti, Fizika-matematika fakul'teti talabasi

muzaffarova.mohinur05@gmail.com

Ma'lumki, kvadratik operatorlar fizik, biologik yoki mexanik kabi ba'zi jarayonlarning matematik modelidir. Shu munosabat bilan, ma'lumot uchun ba'zi kvadratik operatorlar haqida ma'lumotlar taqdim etamiz. Kvadratik operatorlarni o'rganishda asosiy vazifalardan biri o'rganilayotgan jarayonning evolyutsion holatini o'rganishdir. Masalan, odatda tizim holatining «avlodlari» ba'zi qonunlar bilan belgilanadi. Matematik genetikada yuzaga keladigan ushbu qonunlarni tavsiflash uchun kvadratik (stoxastik) operatorlar qo'llaniladi. Turli sohalardagi bir qator muammolar chiziqli bo'lmagan o'zgarishlar takrorlanishining ergodik va asimptotik xususiyatlarini o'rganish zarurligiga olib keladi. Masalan, ko'payish va tarqalish zarralari o'rtasidagi o'zaro ta'sir bilan shug'ullanadigan asosiy vazifalar;

- yopiq genetik tizim populyatsiyasining dinamikasi to'g'risidagi biologik vazifalar;
- jamoaviy xatti-harakatlar modellarida barqarorlik bo'yicha iqtisodiy vazifalar va boshqalar.

Masalan, biologiyada populyatsiyaning evolyutsion operatori kvadratik operator hisoblanadi. Ushbu talqin bilan yopiq biologik sistema evolyutsiyasi jarayonida har xil turdagi shaxslarning cheklangan taqsimotini topish vazifasi kvadratik operator takrorlanishining asimptotik xususiyatlarini o'rganishga tengdir. Bundan tashqari, kvadratik stoxastik operatorlar nazariyasi sof matematik jihatdan ham ahamiyatsiz va nostandart muammolarning ko'pligi, shuningdek hal qilinmagan muammolar bilan katta qiziqish uyg'otadi.

Umuman olganda, genetika – barcha tirik organizmlarga xos bo'lgan xususiyat o'zgaruvchanlik va irsiyat qonuniyatlarini o'rganuvchi fan. Genetika so'zi yunoncha “genetikos” so'zidan olingan bo'lib, “kelib chiqish, tug'ilish” ma'nolarini bildiradi. Genetika atamasini fanga birinchi bo'lib 1906-yilda ingliz olimi Uilyam Betson kiritgan. Irsiyat – organizmning o'z belgisi hamda rivojlanish xususiyatlarini kelgusi avlodlariga o'tkazish xossasi bo'lib, tur doirasidagi individlarning o'xshash ekanligini ta'minlaydi.

Genetika fanining rivojlanish tarixida quyidagi muhim bosqichlarni belgilash mumkin:

- 1) Gregor Mendel va uning izdoshlari tomonidan irsiylanish va irsiyat qonunlarining kashf etilishi;
- 2) Tomas Morganning xromosoma nazariyasining paydo bo'lishi va uning rivojlanishi;
- 3) Genetik tadqiqotlarga fizika, kimyo, matematika va kibernetika kabi fanlarning yutuqlarini tadbiq qilish.

O'zbekistonda bu sohada ko'plab olimlar, akademiklar, jumladan Jo'ra Musayev, Nabijon Nazirov, Oston Jalilov, Sodiq Mirahmedov, Abdusattor Abdukarimov va



boshqalar ilmiy-tadqiqot ishlarini olib borishgan va genetika fanining rivojiga munosib hissa qo'shishgan.

Irsiyat qonunlarini birinchi bo'lib 1865-yilda chex olimi Gregor Mendel tomonidan e'lon qilingan. Mendelning tadqiqotlari uzoq vaqtgacha to'g'ri baholanmay kelindi.

Kvadratik stoxastik operatorlarning traektoriyalarining hatti-harakatlarini (ya'ni iteratsiyalar ketma-ketligini) o'rganish vazifasi birinchi marta Stanislav Ulam va uning

xodimlarining asarlarida uchratildi. Ushbu ishlarda kompyuterlar yordamida ikki o'lchovli simpleksda berilgan har xil turdagi kvadratik stoxastik operatorlar uchun traektoriyalarning raqamli tahlili o'tkazildi. Stanisław Martin Ulam 1909-yil 13-aprelda Lemberg (hozirgi Lvov)da dunyoga kelgan. Stanislav Ulam - matematika va yadro fizikasi sohasida faoliyat yuritgan polshalik-amerikalik olim. Bu olim matematika, mexanika, fizika, yadro fizika, kvant mexanikasi fanlariga o'z hissasini qo'shgan bo'lib, bir qancha ilmiy loyihalarda ishtirok etgan. Stanislav Ulam yadro qurolini ishlab chiqarish bo'yicha tadqiqot olib borilgan Manxetten loyihasida ishtirok etdi, termoyadroviy qurollarning Teller-Ulam dizaynini yaratdi, uyali avtomat tushunchasini kashf qildi, undan tashqari Monte-Karlo hisoblash usulini ixtiro qildi va yadro impulslarini harakatga keltirishni taklif etdi. Amaliy va sof matematikada u ba'zi teoremlarni isbotladi va bir nechta farazlarni taklif etgan. 1933-yilda Kazimierz Kuratovski va Vlodzimej Stosek rahbarligida doktorlik dissertatsiyasini himoya qilgan. Ulam 1935-yilda Varshavada Jon Neyman bilan uchrashgan. Jon Neyman Ulamni bir qancha vaqtga Nyu-Jersi shtatidagi Prinston shahridagi Ilg'or tadqiqotlar institutiga taklif qiladi. 1936-yildan 1939-yilgacha Stanislav Ulam yozni Polshada va o'quv yillarini Massachusets shtati Kembrijdagi Garvard universitetida o'tkazadi va shu yerda katta natijalarga erishish maqsadida ishlaydi. 1939-yil 20-avgustda Ulam o'n yetti yoshli ukase Adam Ulam bilan AQShga suzib ketadi. 1940-yilda Viskonsin-Madison universitetida dotsent bo'lib, 1941-yilda esa AQSh fuqarosi bo'ladi. Keyinchalik Stanislav Ulam va uning xodimlari tomonidan kashf etilgan qonuniyatlarning bir qismi to'g'risida dalillar keltirilgan. Murakkab va noqulay bo'lganligi sababli yetarlicha rivojlangan analitik usullarni yaratishning mumkin emasligi takroriy traektoriyalarni o'rganishda va aniq kvadratik operatorlarni o'rganishda juda ko'p sonli hisob-kitoblarni amalga oshirish zarurati bu vazifaga qiziqishni rag'batlantirmadi. Qirqinchi yillarda kompyuterlarning yaratilishi kvadrati operatorlarning traektoriyalarining xatti-harakatlarini o'rganish muammosiga qiziqishni qayta tikladi. Stanislav Ulam va uning xodimlari kompyuterda ko'proq kvadratik

operatorlar uchun hisob-kitoblarni amalga oshirdilar. Kvadratik stoxastik operatorlar matematikaning turli sohalarida va uning qo'llanilishida paydo bo'ladi: ehtimollik nazariyalari, differentsial tenglamalar nazariyasi, dinamik sistemalar nazariyasi, matematik biologiya va boshqalar. Endi, biologiyada kvadratik operatorlarning qo'llanilishini batafsil ko'rib chiqaylik. Dinamik sistemalar-bu ma'lum bir vaqt nuqtalarida xarakteristikalar to'plami sifatida uning holati bilan tavsiflanadigan obyekt yoki jarayon va vaqt o'tishi bilan dinamik sistema holatining evolyutsiya qonuni aniqlanadi. Chiziqli bo'lmagan dinamik sistemalarni matematik modellashtirish tabiat va jamiyatdagi turli jarayonlarni o'rganish uchun fanlararo vositadir. Dinamik sistemalarni tadqiq qilishning dastlabki natijalari tabiiy-ilmiy fanlar – mexanika, biologiya, meteorologiya, sinergetika, populyatsiya genetikasi, biofizika va boshqalar modellarini tahlil qilishda olingan. Ushbu modellarning barchasi asosan dinamik sistemalar nazariyasining sifat-topologik usullariga asoslangan. O'z navbatida, tabiatshunoslikning turli sohalarida yuzaga keladigan amaliy muammolar tobora matematik nazariyalarning rivojlanish manbaiga aylanib bormoqda. Organik populyatsiyalarda genetik tuzilishdagi o'zgarishlarning xususiyatlari bizni chiziqli bo'lmagan (asosan kvadratik) o'zgarishlarni va ularning traektoriyalarini o'rganish kerak bo'lgan vazifalar bilan ta'minlaydi. Kvadratik stoxastik operatorlar nazariyasining asosiy vazifalaridan biri Stanislav Ulamning asosiy simpleksning kvadratik operatorining to'liq topologik tasnifi to'g'risidagi muammosi [1]. Ular orasida nisbatan yaxshi o'rganilgan kvadratik stoxastik operatorlar Rasul Nabiyeovich Ganixodjaev asarlarida Stanislav Ulamning shakllangan muammosi asosida kiritilgan va ishlab chiqilgan volterrov xaritalari deb ataladi [2]. Ikki o'lchovli simpleksning kvadratik xaritalari traektoriyalarining cheklangan xatti-harakatlarini o'rganishga qiziqish va ularning umumlashtirilishi E. Fermi, S. Ulam [3] tomonidan boshlangan raqamli tajribalar natijalari to'g'risida xabarlar paydo bo'lishi bilan ortdi. Ushbu yo'nalishda, nazariy jihatdan, eng mazmunli va foydali natijalar G. Kesten, Y.I. Lyubich [4], N. N. Ganixodjaev [5] va boshqalar asarlarida olingan. Kvadratik stoxastik operatorlarning yana bir klassi – barcha bistoxastik kvadratik operatorlarning yig'indisi (BKO) – Hardy–

Littlewood–Poia majorizatsiyasi orqali chiziqli ikki tomonlama stoxastik operatorni aniqlashga o'xshashligi bilan ma'lum. Ko'pgina nazariyalarga, xususan kvadratik stoxastik operatorlar, uni qo'llashning dolzarbligiga alohida e'tibor beradi. Shu sababli, BKO sinfini o'rganish ham traektoriya nazariyasi va ko'p o'lchovli matritsalar nazariyasi nuqtai nazaridan, ham majorizatsiya nazariyasi nuqtai nazaridan dolzarb vazifaga aylanadi. Robotlar, odamlar yoki odamlar guruhleri bo'lishi mumkin. Odamlar - murakkab shaxslar bo'lib, ularning hatti-harakatlari ijtimoiy kontekst, madaniyat, qonun va boshqa omillar bilan bog'liq ko'plab jihatlar bilan tartibga solinadi. Ushbu ko'plab omillarga qaramay, insoniyat jamiyati hayratlanarli global qonuniyatlar bilan ajralib turadi, unda biz tartibsizlikdan tartibga o'tishni ko'rishimiz mumkin. Ushbu makroskopik hodisalar tabiiy ravishda ijtimoiy xulq-atvorni tushunish uchun matematik modelni talab qiladi. Takroriy o'rtacha ko'rsatkichlar orqali konsensusga erishish g'oyasi De Groot tomonidan vaqt o'zgarmas tuzilgan sinxron muhit uchun taklif qilingan. O'shandan beri konsensus ko'p sistemalarning eng keng tarqalgan hodisasi bo'lib, biologiya, fizika, menejment muhandisligi va ijtimoiy fanlar kabi turli xil ilmiy sohalarda mashhur bo'lib kelmoqda. O'zaro ta'sir qiluvchi shaxslar guruhining fikrlari evolyutsiyasini o'rganish uchun turli xil matematik modellar qurilgan. Ushbu modellarning aksariyati chiziqli. Odatda, tadqiqotchilar konsensus vazifasiga e'tibor qaratadilar va unga erishish yo'llarini izlaydilar. Tarixiy jihatdan, vaqt o'zgarmas tuzilgan sinxron muhit uchun konsensusga erishish g'oyasi De Groot tomonidan taklif qilingan. Keyinchalik bu ishda Chatterji va Sonetlar o'zgaruvchan vaqt bilan tuzilgan sinxron muhit uchun De Groot modelining umumlashtirilishi amalga oshirildi. Ushbu modellarda o'zgaruvchan vaqt bilan tuzilgan sinxron ko'p agentli tizimdagi fikr almashish dinamikasi kvadrat stoxastik matritsalarining teskari mahsuloti bilan ifodalanadi. Tarixiy jihatdan kvadratik stoxastik operator birinchi marta Bernshteyn tomonidan kiritilgan [6]. Kvadratik stoxastik operator biologiya, fizika, boshqaruv tizimlari kabi turli sohalarda dinamik xususiyatlarni o'rganish va modellashtirish uchun muhim tahlil vositasi sifatida qaraldi. Ko'pgina fiksirlangan nuqtalar to'plamlari va Omega cheklangan o'lchovli simpleksda aniqlangan kvadratik

stoxastik operatorlarning cheklangan to'plamlari chuqur o'rganilgan. Bundan tashqari, kub operatori tomonidan o'rnatilgan dinamik tizimlar o'rganilgan. Ikki o'lchovli simpleksdagi bitta kubik volterra bo'lmagan operatori uchun barcha qo'zg'almas nuqtalar ko'rib chiqiladi va topiladi va ushbu operator traektoriyasining harakati to'liq o'rganilgan. Diskret dinamik sistemaning dinamikasi boshlang'ich nuqtalarga bog'liqligi ma'lum. Agar boshlang'ich nuqtani qirradan olinsa, u holda qirra invariantlikdan qo'zg'almas nuqtaga intiladi. Ushbu tizim uchun asosiy vazifalardan biri tizim holatining evolyutsiyasini o'rganishdir. Odatda, tizim holatining avlodlari ba'zi qonunlar bilan belgilanadi. Matematik genetikada yuzaga keladigan muammolarni hal qilish uchun kvadratik operatorlar qo'llaniladi, ularning nazariyasi hozirgi vaqtda yaxshi rivojlangan. Bunday operatorlarning ba'zi kichik sinflari uchun traektoriyaning ko'plab chegara nuqtalarining tavsifi berilgan. Kvadratik operatorlarni o'rganishning asosiy rag'batlantiruvchi sababi shundaki, ular yaqin davrda matematikaning turli sohalari va uni qo'llash bo'yicha mutaxassislarning e'tiborini jalb qilmoqda: differentsial tenglamalar nazariyasi, ehtimollar nazariyasi, dinamik tizimlar nazariyasi, matematik biologiya va boshqalar.

Muallif tomonidan kvadratik stoxastik operatorlarning uzluksiz vaqtli holi bo'yicha bir nechta maqolalar nashr qilingan [7-8].

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR (REFERENCES)

1. Flach S., Ivanchenko M.V., Kanakov O.I. q -Breathers and the Fermi–Pasta–Ulam problem, Phys. Rev. Lett. 2005, v. 95. Art. 064102.
2. Ганиходжаев Н.Н., Мухитдинов Р.Т. Об одном классе мер, соответствующем квадратичным операторам, ДАН РУз, 1995 г., №3, стр.3-6.
3. Улам С. Нерешенные математические задачи. М.: Наука, 1964.-168с.
4. Любич Ю.И. Итерации квадратичных преобразований. Математическая экономика и функциональный анализ. М.: Наука , 1974. с.109-138.
5. Ганиходжаев Н.Н, Азизова С.Р. О неоднородных квадратичных стохастических процессах, Докл.АН Уз ССР, 1990, №4, с.3-5.
6. Bernstein S. «Solution of a mathematical problem connected with the theory of heredity», Ann. Math. Stat., 1942 y., vol. №13, pp. 53-61.
7. Расулов Х.Р., Музаффарова М.У. О динамике квадратично стохастического оператора с непрерывным временем. Современные проблемы дифференциальных уравнений и их приложения. Сборник тезисов международной научной конференции, часть II, Ташкент, 23-25 ноября 2023 года, стр. 207-208.
8. Расулов Х.Р., Музаффарова М.У. О качественном анализе одной динамической системы с непрерывным временем. Тезисы докладов (часть I) международной научно-практической конференции «Актуальные проблемы физики, математики и механики», Бухара, 24-25 мая, 2023 год стр. 236-238.